

Esercizi sui fasci di circonferenze

Scrivere l'equazione del fascio generato dalle circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$ e $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$.

Determinare poi l'equazione della circonferenza del fascio che

- passa per l'origine;
- passa per il punto $(2; 3/2)$;
- ha il centro sulla retta di equazione $9x - 15y - 20 = 0$

Nel fascio generato dalle circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$ e $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 33 = 0$ determinare l'equazione della circonferenza che

- abbia il centro sull'asse x ;
- passi per il punto $(3;5)$;
- sia tangente alla retta $x = 8$;
- stacchi sull'asse x una corda di misura 6.

- Determinare l'equazione della circonferenza γ tangente alla retta $t: x+y-3=0$ nel suo punto A di ascissa 2 e passante per il punto $B(0;1)$. Rappresentare nel riferimento cartesiano la circonferenza γ e la retta t .
- Determinare l'area della parte di cerchio delimitato da γ ricadente nel primo quadrante.
- Scrivere l'equazione del fascio di circonferenze generato da γ e dalla retta $t: x+y-3=0$ e precisare quale sia il ruolo di t nel fascio. Classificare il fascio di circonferenze e determinare il luogo geometrico dei centri.
- Determinare le equazioni delle circonferenze del fascio tangenti all'asse delle ascisse, indicando in particolare i punti di contatto.
- Rappresentare tutte le circonferenze trovate e la retta t nello stesso riferimento cartesiano.

Considerate nel piano cartesiano dotato di riferimento xOy le circonferenze aventi equazioni

$$\gamma_1: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0, \quad \gamma_2$$

$$\gamma_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

Risolvere i seguenti quesiti.

- Scrivere l'equazione del fascio determinato dalle due curve.
- Determinare l'equazione dell'asse radicale e stabilire se il fascio ammette punti base.
- Determinare l'equazione della circonferenza γ_3 del fascio che risulta tangente alla retta $t: x-2y-4=0$.
- Determinare la circonferenza γ_4 del fascio che stacca sulla retta $s: x-y-4=0$ una corda di misura $5\sqrt{2}$.

Dato il fascio di circonferenze di equazione $x^2 + y^2 + (k-7)x + (3k-5)y - 2k + 6 = 0$ trova le circonferenze di raggio 5, l'asse radicale, la retta dei centri, la circonferenza che passa per $O(0;0)$

Qual è la caratteristica del fascio: $x^2 + y^2 - (2k+3)x + (5-2k)y - 2k + 2k^2 = 0$

Trova la retta dei centri del fascio: $x^2 + y^2 - (2k+4)x + (5-2k)y = 0$

Utilizzando il metodo dei fasci, calcolare l'equazione delle seguenti circonferenze:

- concentrica a $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ e passante per $A(1; 1)$;
- concentrica a $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ e di raggio 2;
- passante per i punti $A(1; 0)$; e $B(1; 0)$ e di raggio $\sqrt{5}$;

- (4) passante per i punti A(1; 0); B(1; 0); e C(0;1 +radicedi2);
 (5) tangente alla retta r : x-2y + 1 = 0 in A(1; 1) e passante per B(2; 1);
 (6) tangente alla retta r : x-2y + 1 = 0 in A(1; 1) e di raggio 1.

Data l'equazione $(k - 1)x^2 + (k - 1)y^2 + 2x - 2y + k - 1 = 0$ determinare per quali valori di k:

- a) essa rappresenta una circonferenza non degenera;
 b) si ha la circonferenza di raggio 1;
 c) si ha la circonferenza passante per (0;0).

Scrivere le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $2x^2 + 2y^2 - 4x - y + 2 = 0$ e perpendicolari alla retta di equazione $x + y - 1 = 0$.

Determinare l'equazione del fascio di circonferenze aventi per punti base A(-1; 2) e B (-3; 4); tra le circonferenze del fascio determinare quella che intercetta sull'asse x un segmento lungo 1.

- a) Determinare l'equazione della circonferenza che giace nel 4° quadrante, che è tangente agli assi cartesiani e il cui centro appartiene alla retta $3x + 2y - 4 = 0$.
 b) Determinare le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza condotte dal punto P(8;4).

Data l'equazione $(k - 1)x^2 + (k - 1)y^2 + 2x - 2y + k - 1 = 0$ determinare per quali valori di k:

- a) essa rappresenta una circonferenza non degenera;
 b) si ha la circonferenza di centro (1; 1);
 c) si ha circonferenza passante per (0;0);
 d) si ha la circonferenza passante per (3; 4).

a) Si determini l'equazione della circonferenza \mathcal{C} che ha come diametro la corda comune alle due circonferenze $x^2 + y^2 - x + 2y - 8 = 0$ e $x^2 + y^2 + 2x - y - 5 = 0$;

b) si dica come deve essere condotta una retta parallela all'asse y affinché le corde intercettate da tale retta sulle due circonferenze date siano uguali.

Discutere con il metodo grafico :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0 \\ y = mx + m \\ -1 \leq x \leq 0; \\ 1 \leq y \leq 3 \end{cases} ;$$

Nel piano xOy determinare a) l'equazione della circonferenza passante per i punti A(6; -4), B (3; 5), C (0;4) indicando con D il suo centro; b) le equazioni delle rette t^1 e t^2 tangenti alla circonferenza nei suoi punti di intersezione con l'asse y, avendo indicato con t^1 la retta avente coefficiente angolare positivo; c) al variare del parametro $k \in \mathfrak{R}$ la posizione della retta $2kx + (k + 1)y - 5 = 0$

Si scriva l'equazione del fascio di circonferenze concentriche alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$. Fra queste si individui la circonferenza \mathcal{C}_1 tangente all'asse x; si determinino infine le equazioni delle rette tangenti a \mathcal{C}_1 condotte dal punto $(3/2; -1)$.